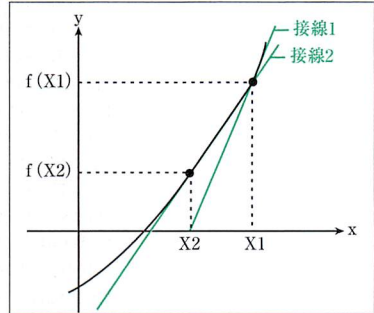


38

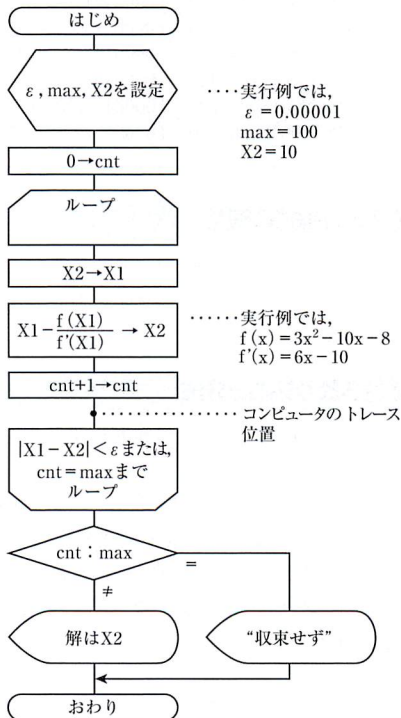
ニュートン法

1 アルゴリズムの概要

- 高次方程式 $y=f(x)$ の解の近くの X_1 がわかっているとき、近似解を求める。
- 座標 $(X_1, f(X_1))$ で接線を引き、接線と X 軸との交点 $(X_2, f(X_2))$ の X_2 を X_1 として、収束条件を満たすまで繰り返す。



2 流れ図



3 収束の様子

(例) 次のような条件で流れ図からプログラムを作り、実行してみた。

- 関数 : $f(x) = 3x^2 - 10x - 8$
- 収束条件 : $\varepsilon = 10^{-5} = 0.00001$
- 初期解 : $X2 = 10$

(コンピュータによる実行例)

cnt	X1	X2	X1 - X2
1	10.000000000000000	6.160000000000000	3.840000000000000
2	6.160000000000000	4.51916913946588	1.640830860534130
3	4.51916913946588	4.04724563746114	0.471923502004738
4	4.04724563746114	4.00046882508131	0.046776812379824
5	4.00046882508131	4.00000004708989	0.000468777991426
6	4.00000004708989	4.000000000000000	0.000000047089885



1 曲線上の点における接線の傾きは、 $f(x)$ を微分したものだ

まず、軽く高校の数学を復習しておきましょう。曲線 $y = f(x)$ の点 $(X1, f(X1))$ における接線の傾きは、 $f(X1)$ を微分した $f'(X1)$ です。したがって、接線の方程式は、 $y - f(X1) = f'(X1)(x - X1)$ で表すことができます。この接線と X 軸との交点 $(X2, 0)$ を式に代入すると、 $0 - f(X1) = f'(X1)(X2 - X1)$ ですから、

$$X2 = X1 - \frac{f(X1)}{f'(X1)}$$

になります。

2 収束が速いニュートン法

276ページの2分法と同じ関数を用いて、ニュートン法のプログラムを作り実行してみました。初期値の近似解をわざと10というような真の解4から離れた値にしましたが、わずか6回で収束しています。

この流れ図では、maxに100を設定し、100回計算しても収束しない場合は、処理を打ち切ります。